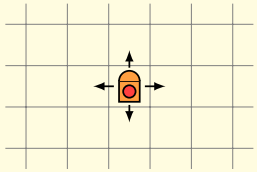
38. Knobelaufgabe #22

Ein kleiner Roboter wird in einem 2-dimensionalen Gitter ausgesetzt, das sich in alle vier Richtungen unendlich ausdehnt. Der Roboter wird in einem Schritt in eine der vier Himmelrichtungen bewegt; er meldet jeweils zurück, ob er die Zielposition bereits vorher besucht hat.



Zum Beispiel: auf die Eingaben NEESWNNWSS anwortet der Roboter mit NNNNNYNNYY.

type *Direction* $=\mid N \mid E \mid S \mid W$

$robot : Direction \to Bool$

Programmieren Sie den Roboter so, dass er zu jeder Eingabe die Ausgabe in *konstanter* Zeit ermittelt.

38. Dynamische Semantik

- Die Auswertung verändert sich mit dem Einzug von Effekten.
- Wie müssen wir die Auswertungsregeln modifizieren, um Ausnahmen modellieren zu können?
- Eine Auswertung hat jetzt zwei mögliche Ergebnisse:
  - einen „gewöhnlichen“ Wert wie 4711 oder
  - einen „außergewöhnlichen“ Wert wie *Div*.
- *Idee:* Wir modifizieren die Auswertungsrelation

$$\delta \vdash e \Downarrow r$$

wobei r ein *Resultat* ist, ein Wert oder eine Ausnahme.

38. Dynamische Semantik

Die geworfene Ausnahme nennt man auch *Paket*.

$r \in$ Result	*Resultate*
$r ::= \nu$	Wert
$\mid \boxed{\nu}$	Paket

☞ Das Kästchen $\boxed{\nu}$ soll verdeutlichen, dass es sich um ein Paket handelt.

☞ Der Inhalt des Pakets, zum Beispiel *Div* oder *Insufficient* 4711, ist ein normaler Wert — statisch gesehen ein Element des Typs *Exception*.

38. Dynamische Semantik

Auswertungsregeln:

$$\frac{\delta \vdash e \Downarrow \nu}{\delta \vdash \textbf{\textit{raise}}\ e \Downarrow \boxed{\nu}} \qquad \frac{\delta \vdash e \Downarrow \boxed{\nu}}{\delta \vdash \textbf{\textit{raise}}\ e \Downarrow \boxed{\nu}}$$

☞ Wenn bei der Auswertung von e bereits ein Paket geworfen wird (!), so wirft ***raise*** dieses Paket weiter.

☞ Werte werden niemals doppelt verpackt: ein Ergebnis der Form $\boxed{\nu}$ gibt es *nicht*.

38. Dynamische Semantik

Auswertungsregeln:

$$\frac{\delta \vdash e \Downarrow \nu}{\delta \vdash \textbf{try}\ e\ \textbf{with}\ m \Downarrow \nu}$$

$$\frac{\delta \vdash e \Downarrow \boxed{\nu} \qquad \delta \vdash m\,(\nu) \Downarrow r}{\delta \vdash \textbf{try}\ e\ \textbf{with}\ m \Downarrow r}$$

$$\frac{\delta \vdash e \Downarrow \boxed{\nu} \qquad \delta \vdash m\,(\nu) \Downarrow \lightning}{\delta \vdash \textbf{try}\ e\ \textbf{with}\ m \Downarrow \boxed{\nu}}$$

☞ Zunächst wird e ausgewertet („die Auswertung wird versucht“).

☞ Resultiert die Auswertung in einem Wert, so ist dieser auch der Wert des gesamten Ausdrucks („der Versuch ist erfolgreich“).

☞ Wird das Paket $\boxed{\nu}$ geworfen („die Auswertung misslingt“), so fängt ***with*** das Paket auf und packt es aus ($\delta \vdash m\,(\nu) \Downarrow r$ beschreibt das „pattern matching“, siehe Skript).

38. Dynamische Semantik

☞ Insgesamt gibt es vier unterschiedliche Konstellationen:

try 4711 ***with*** $\mid \mathit{Div} \to 815 \Downarrow 4711$

☞ Die „versuchte“ Auswertung ist erfolgreich.

try $4711 \;/\; 0$ ***with*** $\mid \mathit{Div} \to 815 \Downarrow 815$

☞ Die Auswertung misslingt; die Ausnahme wird gefangen und behandelt; die Ausnahmebehandlung resultiert in einem Wert.

try $4711 \;/\; 0$ ***with*** $\mid \mathit{Div} \to$ ***raise*** $\mathit{Match} \Downarrow \boxed{\mathit{Match}}$

☞ Die Auswertung misslingt; die Ausnahme wird gefangen und behandelt; die Ausnahmebehandlung resultiert in einem Paket.

try $4711 \;/\; 0$ ***with*** $\mid \mathit{Match} \to 815 \Downarrow \boxed{\mathit{Div}}$

☞ Die Auswertung misslingt; die Ausnahme wird gefangen, aber nicht behandelt; die Ausnahme wird weitergeworfen.

38. Dynamische Semantik

☞ Mit Hilfe von Ausnahmen können wir die fehlenden Auswertungsregeln für die Division usw. nachtragen.

$$\frac{\delta \vdash e_2 \Downarrow 0}{\delta \vdash e_1 \;/\; e_2 \Downarrow \boxed{\mathit{Div}}} \qquad \frac{\delta \vdash e_2 \Downarrow 0}{\delta \vdash e_1 \,\%\, e_2 \Downarrow \boxed{\mathit{Mod}}}$$

$$\frac{\delta \vdash e \Downarrow \nu \qquad \delta \vdash m\,(\nu) \Downarrow \lightning}{\delta \vdash \textbf{match}\ e\ \textbf{with}\ m \Downarrow \boxed{\mathit{Match}}}$$

$$\frac{\delta \vdash e_1 \Downarrow s \qquad \delta \vdash e_2 \Downarrow i}{\delta \vdash e_1.[e_2] \Downarrow \boxed{\mathit{Subscript}}} \quad i \notin \mathit{dom}\ s$$

38. Dynamische Semantik

☞ Wie immer müssen wir *alle* bisher aufgeführten Auswertungsregeln anpassen.

raise $\mathit{Div} +$ ***raise*** Match

Die folgenden beiden Regeln kommen zu der ursprünglichen *hinzu*:

$$\frac{\delta \vdash e_1 \Downarrow \boxed{\nu}}{\delta \vdash e_1 + e_2 \Downarrow \boxed{\nu}} \qquad \frac{\delta \vdash e_1 \Downarrow \nu_1 \qquad \delta \vdash e_2 \Downarrow \boxed{\nu}}{\delta \vdash e_1 + e_2 \Downarrow \boxed{\nu}}$$

☞ Die Rechnung wird abgebrochen, wenn einer der beiden Summanden eine Ausnahme wirft.

38. Dynamische Semantik

Im Allgemeinen müssen wir für eine Regel mit n Voraussetzungen n zusätzliche Regeln angeben. Die Regel

$$\frac{\delta_1 \vdash e_1 \Downarrow \nu_1 \qquad \delta_2 \vdash e_2 \Downarrow \nu_2 \qquad \cdots \qquad \delta_n \vdash e_n \Downarrow \nu_n}{\delta \vdash e \Downarrow \nu}$$

wird um die folgenden n Regeln *ergänzt*:

$$\frac{\delta_1 \vdash e_1 \Downarrow \boxed{\nu}}{\delta \vdash e \Downarrow \boxed{\nu}}$$

$$\frac{\delta_1 \vdash e_1 \Downarrow \nu_1 \qquad \delta_2 \vdash e_2 \Downarrow \boxed{\nu}}{\delta \vdash e \Downarrow \boxed{\nu}}$$

$$\vdots$$

$$\frac{\delta_1 \vdash e_1 \Downarrow \nu_1 \qquad \delta_2 \vdash e_2 \Downarrow \nu_2 \qquad \cdots \qquad \delta_n \vdash e_n \Downarrow \boxed{\nu}}{\delta \vdash e \Downarrow \boxed{\nu}}$$

38. Vertiefung: Panik

☞ Nicht immer lässt sich eine abgebrochene Rechnung sinnvoll weiterführen.

```
exception Panic of String
let panic (message : String) : 'a =
  raise (Panic message)
```

☞ Die Funktion *panic* hat den Ergebnistyp *'a* und zeigt damit an, dass sie keinen Wert zurückgibt. (Warum?)

38. Vertiefung: *panic*

☞ Wenn man möchte, kann man *Panic* Ausnahmen abfangen — am besten mit einem ***try***-Ausdruck um das komplette Programm.

```
try
  ...
with
| Panic msg →
  putline ("panic! (the 'impossible' happened)\n" ^ msg ^
           "\nPlease report it as a bug to" ^
           "support@harry-hacker.org.")
```


38. Vertiefung

☞ Der Begriff Ausnahme suggeriert, dass die Konstrukte ***raise*** und ***try*** tatsächlich nur in Ausnahmesituationen verwendet werden sollten.

☞ Das ist zwar prinzipiell nicht ganz falsch, schöpft aber das Potential der Konstrukte nicht aus.

Aufgabe: Produkt einer Liste von Zahlen berechnen. Mit dem Peano Entwurfsmuster erhalten wir die folgende Definition.

```
let product (list : List ⟨Nat⟩) : Nat =
  match list with
    | []      → 1
    | n :: ns → n * product ns
```

☞ Enthält die Liste irgendwo eine Null, dann wird unnötige Arbeit verrichtet.

38. Vertiefung

```
exception Zero
let product (list : List ⟨Nat⟩) : Nat =
  try
    let rec worker = function
        | []      → 1
        | n :: ns → if n = 0 then raise Zero else n ∗ worker ns
    in worker list
  with
  | Zero → 0
```

☞ Mit ***raise*** *Zero* „springen wir aus der Rekursion heraus“.

38. Vertiefung: einfache Parser

☞ Mit Hilfe von Ausnahmen können wir *einfache* Parser programmieren, hier vorgeführt an der Funktion *read-nat*, die einen String in eine natürliche Zahl überführt.

```
exception Read
let read-nat (s : String) : Nat =
  let rec nat = function
      | []      → 0
      | c :: cs → if Char.IsDigit c then
                    Nat.ord c − Nat.ord '0' + 10 ∗ nat cs
                  else
                    raise Read
  in
    if s = "" then raise Read else nat (List.rev (explode s))
```

☞ Diese Version beklagt sich, wenn der String leer ist oder wenn andere Zeichen als Ziffern vorkommen.

38. Vertiefung: Validatoren

☞ Diese Version von *read-nat* können wir zum Beispiel verwenden, um die Funktion *is-nat* etwas kürzer zu definieren.

```
let is-nat (s : String) : Result ⟨Nat⟩ =
  try
    Okay (read-nat s)
  with
  | Read → Error "natural number expected"
```


38. Vertiefung: *Option* und *Result*

☞ Die Datentypen *Option* und *Result* dienen dem gleichen Zweck wie Ausnahmen.

Option	*Result*	Ausnahmen	
Some e	*Okay e*	*e*	ν
None	*Error e*	***raise*** *e*	$\boxed{\nu}$
match . . . ***with***	***match*** . . . ***with***	***try*** . . . ***with***	

☞ Mit Hilfe von *Option* und *Result* können/müssen wir das Werfen und Fangen von Ausnahmen selbst programmieren!

38. Vertiefung: Eingabe mit Validierung

☞ Reimplementieren wir *checked-query* mit Hilfe von Ausnahmen.

Ohne Ausnahmen: Ein Validator hat den Typ $t_1 \to \mathit{Result}\ \langle t_2 \rangle$.

Mit Ausnahmen: Ein Validator hat den Typ $t_1 \to t_2$. Eine fehlerhafte Eingabe wird jetzt durch das Werfen einer Ausnahme signalisiert.

```
let rec checked-query (prompt : String, check : String → 'a) : 'a =
  try
    check (query (prompt ^ ": "))
  with
  | Panic msg →
    putline ("*** " ^ msg); checked-query (prompt, check)
```

☞ Die Fallunterscheidung mit ***match*** ist einem ***try***-Ausdruck gewichen.

38. Vertiefung: Eingabe mit Validierung

☞ Die Validatoren haben einen einfacheren Typ: sie geben entweder den semantischen Wert zurück oder werfen eine *Panic* Ausnahme.

```
let is-nat (s : String) : Nat =
  try readnat s with
  | Read → panic "natural number expected"
let is-less (n : Nat) : Nat → Nat =
  fun m → if m < n
          then m
          else panic ("number must be less than " ^ show n)
```


38. Vertiefung: Eingabe mit Validierung

☞ Die Funktion *both* ist jetzt schlicht und einfach die (Vorwärts-) Komposition von Funktionen.

```
let both (first : 'a → 'b, second : 'b → 'c) : 'a → 'c =
  fun x → second (first x)
```


38. Vertiefung

☞ Für den Anwender von *checked-query* ändert sich sich nichts; die Aufrufe funktionieren unverändert:

```
Mini⟩ checked-query ("age", both (is-nat, is-less 123))
age : Ralf
*** natural number expected
age : 4711
*** number must be less than 123
age : 41
41
```

38. Vertiefung: *Option* und *Result*

Vorteile von Option und Result:

- Der Typ von Ausdrücken und Funktionen macht explizit, wer „Ausnahmen wirft“ und wer nicht.
- Man kann nicht vergessen, Ausnahmen zu behandeln.
- Man kommt nicht in Versuchung, Ausnahmen zu fangen, die gar nicht geworfen werden.

Nachteil von Option und Result:

- Die Auswertungsregeln für Ausnahmen müssen im Prinzip nachprogrammiert werden.

38. Vertiefung: *Option* und *Result*

Mit Ausnahmen:

$e_1 + e_2$

Mit Result:

match e_1 ***with***
| *Okay* $n_1 \rightarrow$ ***match*** e_2 ***with***
| *Okay* $n_2 \rightarrow$ *Okay* $(n_1 + n_2)$
| *Error msg* $\rightarrow$ *Error msg*
| *Error msg* $\rightarrow$ *Error msg*
end

☞ Jeder der drei Zweige korrespondiert zu einer Auswertungsregel.

38. Vertiefung: Taschenrechner

Aufgabe: Programmierung eines interaktiven Taschenrechners.

Variante 1: ein UPN-Rechner. *UPN* steht für Umgekehrte Polnische Notation, ein Synonym für Postfixnotation.

```
UPN⟩ 4711
UPN⟩ 815
UPN⟩ 2765
UPN⟩ *
UPN⟩ +
UPN⟩ .
2258186
```

☞ Der Postfix-Ausdruck wird Zeile für Zeile eingegeben: $4711\ 815\ 2765 * +$ entspricht dem Infix-Ausdruck $4711 + 815 * 2765$.

38. Vertiefung: UPN-Rechner

☞ Ausdrücke in Postfixnotation lassen sich besonders leicht ausrechnen: Wir merken uns die eingegebenen Zahlen; jede Operation ersetzt die letzten beiden Zahlen durch das Ergebnis.

4711	4711
815	4711 815
2765	4711 815 2765
*	4711 2253475
+	2258186

☞ Die Liste der Zahlen nennt man auch *Stack* oder *Stapel*: optisch muss man die Listen um 90° nach links drehen.

38. Vertiefung: UPN-Rechner

☞ Einen Stapel können wir durch eine Speicherzelle repräsentieren, die eine Liste von Zahlen enthält.

```
exception Pop
exception Top

module Stack =
  let private stack = ref []

  let push (x : Nat) =
    stack := x :: !stack

  let pop () : Nat =
    match !stack with
      | []      → raise Pop
      | x :: xs → stack := xs; x
...
```


38. Vertiefung: UPN-Rechner

```
...
  let top () : Nat =
    match !stack with
      | []      → raise Top
      | x :: xs → x
```

☞ Die Funktion *push* legt ein Element auf dem Stapel ab, *pop* entfernt ein Element und *top* inspiziert das oberste Element.

☞ Die Speicherzelle, auf der die Funktionen arbeiten, ist gekapselt, also nur lokal sichtbar.

38. Vertiefung: UPN-Rechner

☞ Der UPN-Rechner implementiert eine einfache Kommandozeile.

```
let rec upn-calculator () =
  try
    match query "UPN > " with
      | ""  → ()
      | "+" → Stack.push (Stack.pop () + Stack.pop ())
      | "*" → Stack.push (Stack.pop () * Stack.pop ())
      | "." → print (Stack.top ())
      | s   → Stack.push (read-nat s)
  with
  | Pop | Top → putline "stack is empty"
  | Read      → putline "enter a number or an operator"
  upn-calculator ()
```


38. Vertiefung: Mini^2-F# Rechner

Variante 2: ein Mini^2-F# Rechner, der Infixnotation unterstützt.

```
Mini²⟩ 4711 + 815 * 2765
2258186
Mini²⟩ 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10
55
Mini²⟩ 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10
3628800
Mini²⟩ Hello, world !
lexical error : illegal character
Mini²⟩ 4711 815 2765 * +
syntax error
```

38. Vertiefung: Mini^2-F# Rechner

```
let rec read-eval-print-loop () =
  try
    let s = query "Mini-BPL > "
    if s = "" then
      ()
    elif contains s ["q"; "quit"; "halt"; "stop"] then
      raise EOF
    else
      match abstract-syntax-tree s with
        | None   → putline "syntax error"
        | Some e → print (evaluate e)
  with
  | Panic s → putline ("lexical error: " ^ s)
  read-eval-print-loop ()
```

☞ Typisch für einen Kommandozeileninterpreter (REPL) ist der rekursive Aufruf am Ende.

38. Vertiefung: Mini^2-F# Rechner

```
let mini² () =
  try
    read-eval-print-loop ()
  with
  | EOF → putline "bye bye"
```

☞ Signalisiert die Benutzer*in das Ende der Eingabe, dann wirft *query* eine *EOF* Ausnahme (end of file).

38. Paradigmen: imperative Programmierung

imperare
1. befehlen, gebieten, anordnen;
2. auferlegen, zu liefern befehlen;
3. herrschen, den Oberbefehl haben.

C is quirky, flawed, and an enormous success.
— Dennis M. Ritchie

B can be thought of C without types; more accurately,
it is BCPL squeezed into 8K bytes of memory and
filtered through Thompson's brain.
— Dennis M. Ritchie

38. Lösung Knobelaufgabe #17

Welche Sprache bezeichnet der folgende reguläre Ausdruck?

$$riddle = (\mathtt{a}\ \mathtt{a} \mid \mathtt{b}\ \mathtt{b})^* ((\mathtt{a}\ \mathtt{b} \mid \mathtt{b}\ \mathtt{a})(\mathtt{a}\ \mathtt{a} \mid \mathtt{b}\ \mathtt{b})^*(\mathtt{a}\ \mathtt{b} \mid \mathtt{b}\ \mathtt{a})(\mathtt{a}\ \mathtt{a} \mid \mathtt{b}\ \mathtt{b})^*)^*$$

Beobachtung: jedes abgeleitete Wort hat eine gerade Länge.

Beobachtung: der Ausdruck *riddle* hat die gleiche Struktur wie

$$0^*\ (1\ 0^*\ 1\ 0^*)^*$$

☞ Der Ausdruck bezeichnet die Sprache aller Wörter mit einer geraden Anzahl von Einsen und beliebig vielen Nullen.

38. Lösung Knobelaufgabe #17

riddle = (a a | b b)* ((a b | b a) (a a | b b)* (a b | b a) (a a | b b)*)*

bezeichnet die Sprache aller Wörter mit einer geraden Anzahl von Wörter der Form a b | b a und beliebig vielen Wörtern der Form a a | b b.

☞ *Also:* eine gerade Anzahl von Wörtern, die eine ungerade Anzahl as *und* eine ungerade Anzahl bs enthalten, und eine beliebige Anzahl von Wörtern, die eine gerade Anzahl as *und* eine gerade Anzahl bs enthalten.

☞ *Mit anderen Worten:* die Wörter enthalten eine gerade Anzahl as *und* eine gerade Anzahl bs.

☞ *riddle* / a enthält entsprechend eine ungerade Anzahl as *und* eine gerade Anzahl bs; *riddle* / b enthält eine gerade Anzahl as *und* eine ungerade Anzahl bs.