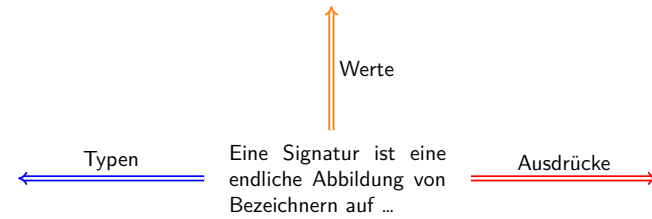


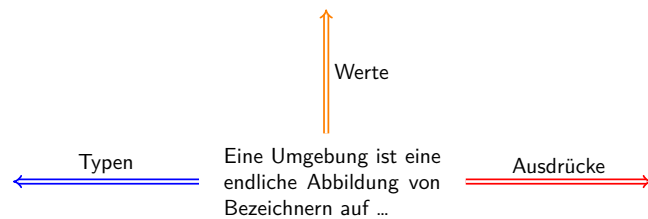
Teil III

Werte I

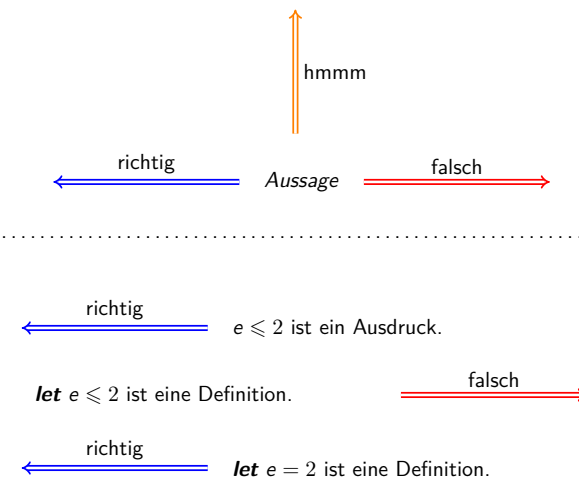
5. Quiz: Signaturen



5. Quiz: Umgebungen



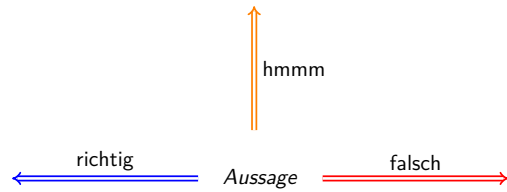
5. Quiz: Ausdrücke und Definitionen



5. Quiz: Ausdrücke und Definitionen

Werte I
Ralf Hinze

Repetitorium
Rechnen mit
Funktionen



← richtig **let** $e = 2$ **in** e ist ein Ausdruck.

← richtig Das **in**-Konstrukt verbindet Definitionen und Ausdrücke.

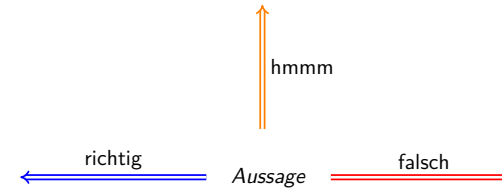
47

5. Quiz: Ausdrücke und Definitionen

Werte I
Ralf Hinze

Repetitorium
Rechnen mit
Funktionen

$(\text{let } x = 2 \text{ in fun } (y : \text{Nat}) \rightarrow y + x) (x \% 5)$



An der Wurzel des Syntaxbaums für den Ausdruck steht **let** $x = 2$. → falsch

An der Wurzel des Syntaxbaums für den Ausdruck steht das **in**-Konstrukt. → falsch

← richtig An der Wurzel des Syntaxbaums für den Ausdruck steht die Funktionsapplikation.

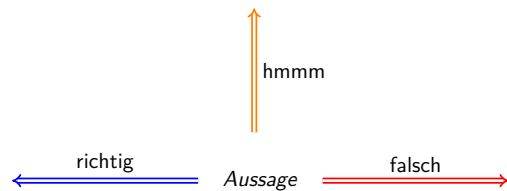
48

5. Quiz: Ausdrücke und Definitionen

Werte I
Ralf Hinze

Repetitorium
Rechnen mit
Funktionen

$(\text{let } x = 2 \text{ in fun } (y : \text{Nat}) \rightarrow y + x) (x \% 5)$



Der Ausdruck ist unter der leeren Signatur \emptyset typkorrekt. → falsch

Der Ausdruck wertet zu 4 aus. → falsch

48

6. A tribute to Alonzo Church (1903—1995)

Werte I
Ralf Hinze

Repetitorium
Rechnen mit
Funktionen

I never had any mathematical conversations with anybody, because there was nobody else in my field.
— Alonzo Church



49

6. Boolesche Werte — da capo

Zur Erinnerung: wir haben Abkürzungen für Negation, Konjunktion und Disjunktion eingeführt.

```
not a = if a then false else true
a && b = if a then b else false
a || b = if a then true else b
```

Was ist mit Implikation (\rightarrow , \leq), Nicht-Umkehrimplikation ($<$), Äquivalenz (\leftrightarrow , $=$) und Nicht-Äquivalenz (\neq)?

```
a → b = if a then b else true
a < b = if a then false else b
a = b = if a then b else not b
a ≠ b = if a then not b else b
```

Werte I
Ralf Hinze

Repetitorium
Rechnen mit
Funktionen

50

6. Daten als Programme



Folks, now that you've got functions, why not ditch Booleans and natural numbers?

Ein Wahrheitswert ist entweder wahr (1) oder falsch (0).



Eine natürliche Zahl ist entweder 0 oder der Nachfolger einer natürlichen Zahl ($n + 1$).

Werte I
Ralf Hinze

Repetitorium
Rechnen mit
Funktionen

51

6. Wahrheitswerte als Funktionen

```
      true           false
      ↓             ↓
  fun true false → true   fun true false → false
      |               |
  fun a b → a           fun a b → b
```

☞ Ausnahmsweise ohne Angaben von Typen ...

Werte I
Ralf Hinze

Repetitorium
Rechnen mit
Funktionen

52

6. Wahrheitswerte als Funktionen

```
let false = fun a b → b
let true  = fun a b → a
let if-then-else cond x y = cond x y
```

Werte I
Ralf Hinze

Repetitorium
Rechnen mit
Funktionen

53

6. Natürliche Zahlen als Funktionen

Werte I
Ralf Hinze

Repetitorium
Rechnen mit
Funktionen

$zero$	$succ\ zero$	$succ\ (succ\ zero)$
\Downarrow	\Downarrow	\Downarrow
$fun\ succ\ zero \rightarrow$ $zero$	$fun\ succ\ zero \rightarrow$ $succ\ zero$	$fun\ succ\ zero \rightarrow$ $succ\ (succ\ zero)$
$fun\ f\ x \rightarrow x$	$fun\ f\ x \rightarrow f\ x$	$fun\ f\ x \rightarrow f\ (f\ x)$

54

6. Natürliche Zahlen als Funktionen

Werte I
Ralf Hinze

Repetitorium
Rechnen mit
Funktionen

$zero = fun\ f\ x \rightarrow x$
 $succ\ n = fun\ f\ x \rightarrow f\ (n\ f\ x)$
 $plus\ n_1\ n_2 = fun\ f\ x \rightarrow n_1\ f\ (n_2\ f\ x)$
 $times\ n_1\ n_2 = fun\ f\ x \rightarrow n_1\ (n_2\ f)\ x$

55