

Übungsblatt 8: Konzepte der Programmierung (WS 2025/26)

Ausgabe: 16. Dezember 2025
Abgabe: 05./06./07. Januar 2026, siehe [Homepage](#)

Sprechstunden zu den Übungen Sie haben Schwierigkeiten mit den Übungsaufgaben und machen sich Sorgen, dass es Ihnen nicht gelingen wird, die zur Klausurzulassung nötigen 60% der erreichbaren Punkte zu erlangen?

Dann besuchen Sie unsere Sprechstunden zu den Übungen! Dort erhalten Sie Tipps und Lösungshinweise, wenn Sie mit einer Aufgabe nicht weiterkommen. Sie können dort auch zu früheren Aufgaben Fragen stellen. Alle Informationen zu den Übungssprechstunden finden Sie auf unserer [Homepage](#).

Aufgabe 1 Reguläre Ausdrücke (Präsenzaufgabe)

Motivation: In dieser Aufgabe sollen Sie sich mit regulären Ausdrücken beschäftigen. Die Aufgabe soll Ihnen dabei helfen, den Weg von einem regulären Ausdruck schrittweise bis zu einer Akzeptorfunktion nachzuvollziehen. Sie können sich an den Vorlesungsfolien 552 bis 622 sowie am Skript Kapitel 6.1 und 6.2 orientieren.

Wir betrachten den regulären Ausdruck b^*a über dem Alphabet $A = \{a, b\}$.

- a) Bestimmen Sie **alle** Rechtsfaktoren (inkl. Rechtsfaktoren der Ergebnisse). Geben Sie dabei in der Rechnung jeweils den ersten Schritt explizit an, nachfolgende Zwischenschritte dürfen Sie zusammenfassen.
- b) Zeichnen Sie den Aufrufgraphen für den Akzeptor (wie auf Vorlesungsfolie 599).

Umranden Sie Ausdrücke, die nullable sind, doppelt. Wenn wir beim Einlesen eines Wortes an einem solchen nullable Ausdruck landen und keine weitere Eingabe mehr folgt, gehört das eingelesene Wort zur durch den regulären Ausdruck beschriebenen Sprache. Durch die doppelte Umrandung können wir einfacher ablesen, dass wir an einem möglichen Ende angekommen sind (daher werden solche Knoten auch „Endzustände“ genannt).

- c) Implementieren Sie die Akzeptorfunktionen. Gehen Sie dabei **streng nach dem Verfahren aus der Vorlesung** vor (Folie 600). Nutzen Sie für das Alphabet den Typ **type Alphabet = | A | B**.

Hinweis: Wir empfehlen die einzelnen Akzeptorfunktionen als verschrankt rekursive Hilfsfunktionen innerhalb von accept zu definieren und am Ende die Start-Akzeptorfunktion mit der Eingabe aufzurufen.

Aufgabe 2 Santa Claus is Coming to Town (Einreichaufgabe, 17 Punkte)

Motivation: In dieser Aufgabe beschäftigen wir uns mit dem algorithmischen Problem des kürzesten Pfades zwischen einer Menge von Orten. Die Problemstellung wird mit Hilfe von Listen und Records modelliert. Sie können sich an den Vorlesungsfolien 428 bis 542 sowie am Skript Kapitel 5 orientieren.

Schreiben Sie Ihre Lösungen in die Datei *Santa.fs* aus der Vorlage *Aufgabe-8-2.zip*.

Santa Claus muss an Weihnachten seine Geschenke in einer Stadt verteilen, deren Straßen ein perfektes Quadratraster bilden. Er hat eine Liste von Personen, die er beschenken möchte und da er nur wenig Zeit hat, müssen wir ihm helfen den kürzesten Pfad zwischen den Wohnorten dieser Personen zu finden.

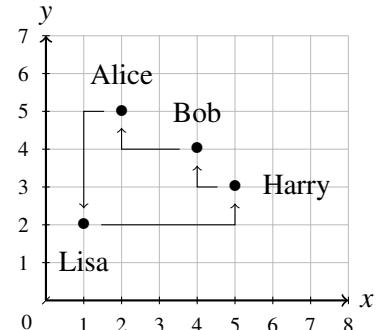
Santa stellt uns als Eingabe eine Liste von Personen mit deren Wohnort zur Verfügung, daher verwenden wir folgende Typdefinitionen:

```
type Point = {  
    x: Nat  
    y: Nat  
}  
  
type Person = {  
    name: String  
    location: Point  
}
```

Seine Liste könnte wie folgt aussehen:

```
let lisa  = {name="Lisa" ; location = {x = 1N; y = 2N}}  
let alice = {name="Alice"; location = {x = 2N; y = 5N}}  
let harry = {name="Harry"; location = {x = 5N; y = 3N}}  
let bob   = {name="Bob" ; location = {x = 4N; y = 4N}}  
let santasList = [lisa; alice; harry; bob]
```

In der nebenstehenden Abbildung ist ein kürzester Pfad für diese Liste dargestellt. Im Rahmen der Aufgabe spielt es keine Rolle von welchem Ort der Liste Santa startet.



Hinweise:

- Mit den Funktionen aus dem List-Modul¹ können Sie an einigen Stellen kürzeren und besser verständlichen Programmcode schreiben.
- Zur besseren Lesbarkeit von verketteten Funktionsaufrufen gibt es in F# den sogenannten *Forward Pipe Operator*. Der Ausdruck $x \ |> f$ ist eine syntaktisch andere Schreibweise für $f x$, die Funktion f wird also auf den Wert x angewandt. Zum Beispiel lässt sich damit der Ausdruck

```
List.filter (fun x -> x % 2 = 0) (List.map (fun y -> y * 3) [1..10])
```

umschreiben zu

```
[1..10] |> List.map (fun y -> y * 3) |> List.filter (fun x -> x % 2 = 0)
```

oder anders formatiert:

```
[1..10]  
|> List.map (fun y -> y * 3)  
|> List.filter (fun x -> x % 2 = 0)
```

Der Ausdruck nimmt die Liste der Zahlen 1 bis 10, multipliziert jede Zahl mit 3 und filtert die daraus resultierende Liste nach geraden Zahlen. Das Ergebnis ist also [6; 12; 18; 24; 30].

¹<https://fsharp.github.io/fsharp-core-docs/reference/fsharp-collections-listmodule.html>

- a) Schreiben Sie eine Funktion `distance: Person -> Person -> Nat`, die den Abstand zwischen zwei Personen berechnet. Wir nehmen an, dass Santa mit seinem Schlitten durch eine Stadt fährt, die rasterförmig angelegt ist. Die Wegstrecke zwischen zwei Punkten ist also durch die 1-Norm² gegeben.

Beispiel: `distance lisa harry = 5N`

- b) Schreiben Sie eine Funktion `pathlength: List<Person> -> Nat`, die aus einer Liste von Personen die Weglänge berechnet, die sich ergibt, wenn deren Wohnorte nacheinander besucht werden. Beachten Sie, dass Santa am Ende wieder zum Ausgangspunkt zurückkehren muss.

Beispiel: `pathlength santasList = 16N`

- c) Schreiben Sie eine Funktion `prepend: 'a -> List<List<'a>> -> List<List<'a>>`, die ein Element `elem` und eine Liste von Listen `xss` nimmt und das Element `elem` jeder in `xss` enthaltenen Liste voranstellt.

Beispiel: `prepend 1N [[2N; 3N]; [4N; 5N]] = [[1N; 2N; 3N]; [1N; 4N; 5N]]`

- d) Schreiben Sie eine Funktion `insert: 'a -> List<'a> -> List<List<'a>>`, die ein Element `elem` sowie eine Liste `xs` nimmt und eine Liste aller Möglichkeiten zurückgibt, wie das Element `elem` in die Liste `xs` eingefügt werden kann.

Beispiel: `insert 1N [2N; 3N] = [[1N; 2N; 3N]; [2N; 1N; 3N]; [2N; 3N; 1N]]`

- e) Schreiben Sie eine Funktion `permute: List<'a> -> List<List<'a>>`, die eine Liste aller Permutationen der gegebenen Liste berechnet.

Beispiel:

```
permute [1N; 2N; 3N] = [ [1N; 2N; 3N]; [2N; 1N; 3N]; [2N; 3N; 1N]
          ; [1N; 3N; 2N]; [3N; 1N; 2N]; [3N; 2N; 1N] ]
```

- f) Schreiben Sie eine Funktion `shortestPath: List<Person> -> List<Person> * Nat`, die den kürzesten Weg zwischen den übergebenen Personen und dessen Länge zurückgibt. Der Pfad der Lösung ist nicht eindeutig, z.B. ändert sich die Pfadlänge nicht, wenn dieser rückwärts durchlaufen wird.

Hinweis: Die Funktionen `List.minBy` und `List.map` könnten hilfreich sein.

Beispiel einer möglichen Lösung für `santasList`:

```
shortestPath santasList =
  ([ { name = "Alice"; location = { x = 2N; y = 5N} }
    ; { name = "Lisa"; location = { x = 1N; y = 2N} }
    ; { name = "Harry"; location = { x = 5N; y = 3N} }
    ; { name = "Bob"; location = { x = 4N; y = 4N} } ]
  , 14N)
```

- g) Kommentieren Sie Ihren Code so, dass Ihre Lösung einfach nachzuvollziehen ist. Außerdem sollte Ihr Code keine unnötig komplexen Ausdrücke enthalten, siehe auch Aufgabe 3 auf Übungsblatt 5. Dafür vergeben wir hier drei Punkte.

²<https://de.wikipedia.org/wiki/P-Norm#Summennorm>

Aufgabe 3 Reguläre Ausdrücke (Einreichaufgabe, 9 Punkte)

Motivation: In dieser Aufgabe sollen Sie sich mit regulären Ausdrücken beschäftigen. Die Aufgabe soll Ihnen dabei helfen den Weg von einem regulären Ausdruck schrittweise bis zu einer Akzeptorfunktion nachzuvollziehen. Sie können sich an den Vorlesungsfolien 552 bis 622 sowie am Skript Kapitel 6.1 und 6.2 orientieren.

Praxistipp: Das UNIX- bzw. Linuxprogramm grep³ erlaubt die Suche in Dateien und Datenströmen anhand von regulären Ausdrücken. Unter Windows stellt das PowerShell Kommando Select-String -Pattern eine ähnliche Funktionalität zur Verfügung.

Schreiben Sie Ihre Lösungen in die Datei RegExp.fs aus der Vorlage Aufgabe-8-3.zip.

Wir betrachten den regulären Ausdruck $c(a|c)^*(a|(bc)^*)$ über dem Alphabet $A = \{a, b, c\}$.

- a) Bestimmen Sie **alle** Rechtsfaktoren (inkl. Rechtsfaktoren der Ergebnisse). Geben Sie dabei in der Rechnung jeweils den ersten Schritt explizit an, nachfolgende Zwischenschritte dürfen Sie zusammenfassen.
- b) Zeichnen Sie den Aufrufgraphen für den Akzeptor (wie auf Vorlesungsfolie 599).

Umranden Sie Ausdrücke, die nullable sind, doppelt. Wenn wir beim Einlesen eines Wortes an einem solchen nullable Ausdruck landen und keine weitere Eingabe mehr folgt, gehört das eingelesene Wort zur durch den regulären Ausdruck beschriebenen Sprache. Durch die doppelte Umrandung können wir einfacher ablesen, dass wir an einem möglichen Ende angekommen sind (daher werden solche Knoten auch „Endzustände“ genannt).

- c) Implementieren Sie die Akzeptorfunktionen. Gehen Sie dabei **streng nach dem Verfahren aus der Vorlesung** vor (Folie 600). Nutzen Sie für das Alphabet den Typ **type Alphabet = | A | B | C**.

Hinweis: Wir empfehlen die einzelnen Akzeptorfunktionen als verschränkt rekursive Hilfsfunktionen innerhalb von accept zu definieren und am Ende die Start-Akzeptorfunktion mit der Eingabe aufzurufen.

³<https://de.wikipedia.org/wiki/Grep>